



**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 24.02.2017
CLASA a VIII-a**

Subiectul I. (7 puncte)

Dacă $a, b \in \mathbb{R}^*$ și verifică relațiile: $a^3 + 15a^2 + 75,5a + 130,5 = 0$ și $b^3 - 12b^2 + 48,5b - 69 = 0$, calculați: $(a + b)^{2017}$.

prof. Vasile Șerdean, Școala Gimnazială nr. 1 Gherla

Subiectul II. (7 puncte)

a) Arătați că $\sqrt{2017} + \sqrt{2018} + \sqrt{2019} + \dots + \sqrt{3361} \leq 1345^2$.

prof. Florica-Daniela Bodea, Liceul Teoretic "Gelu Voievod" Gilău

b) Să se determine valoarea minimă a expresiei $E(x) = \frac{25x^2 + 90x + 2017}{5x + 9}$, $x \in \mathbb{R}_+$.

prof. Costel Dinu Popa, Școala Gimnazială "Traian Dârjan" Cluj-Napoca

Subiectul III. (7 puncte)

Fie A, B, C, D patru puncte necoplanare.

a) Fie $L \in [AD]$, $M \in [BD]$ și $N \in [CD]$ astfel încât $(LMN) \nparallel (ABC)$. Notând $LM \cap AB = \{P\}$, $LN \cap AC = \{Q\}$ și $MN \cap BC = \{R\}$ să se arate că punctele P, Q, R sunt coliniare.

b) Fie A', B', C' proiecțiile lui D pe dreptele BC, AC respectiv AB . Să se arate că

$$C'A^2 + A'B^2 + B'C^2 = C'B^2 + A'C^2 + B'A^2.$$

c) Să se arate că proiecția lui D pe planul (ABC) este ortocentrul triunghiului ABC dacă și numai dacă $AB \perp CD$ și $BC \perp AD$.

prof. Gheorghe Lobonț, Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca

Subiectul IV. (7 puncte)

În triunghiul ABC , punctele E și F sunt situate pe (BC) , astfel încât $m(\sphericalangle BAE) = m(\sphericalangle EAF) = m(\sphericalangle FAC)$ și lungimile segmentelor (BE) , (EF) și (FC) sunt direct proporționale cu numerele 1, 1 și 2. În punctul B se ridică o perpendiculară MB pe planul (ABC) , astfel încât $MB = AB$.

a) Să se arate că triunghiul ABC este dreptunghic;

b) Să se calculeze tangenta unghiului planelor (MAC) și (ABC) .

prof. Erika Durugy, Liceul Teoretic Jósika Miklós Turda